



Lisbon School  
of Economics  
& Management  
Universidade de Lisboa



CEMAPRE



Última Lição do

Professor Doutor

**NUNO CRATO**

Última lição  
11 de março de 2022



Há quase 60 anos, estava eu no primeiro ou segundo ano do liceu Pedro Nunes, quando assisti a uma cena que me surpreendeu. Um professor septuagenário atravessava o pátio, vagarosamente, pensosamente, apoiado no reitor. Ia escoltado por uma dezena de colegas que se deslocavam mais lentamente do que o habitual, para acompanhar o velho senhor. Era o Dr. Raimundo. E mais nada sei dele salvo que, como então murmuraram ao pé de mim, tinha feito 70 anos, ia dar a sua última aula.

Eu tinha uns 11 anos. Chegar aos 70 era algo que nada me dizia. Nem era distante nem era perto. Era algo que nada me dizia.

Tenho a imensa sorte de ter chegado agora a essa mesma idade acompanhado de amigos, com uma mulher extraordinária, dois filhos vigorosos e felizes, um irmão muito amigo, sobrinhos ativos e amigos... E eu, de boa saúde. Corri anteontem três quilómetros e meio, tal como faço duas ou três vezes por semana, dei também a minha aula das quintas, sobre séries temporais, o tema a que até hoje dediquei mais tempo e esforços. De boa saúde. Fazer 70 anos é algo que continua a nada me dizer...

Com todo o respeito pelos meus colegas que optaram por se reformar antecipadamente, por motivos de saúde ou outros, lamento reformar-me, e julgo que em breve o limite de idade será estendido, tal como se começa a fazer noutros países. Os tempos são outros, a longevidade é outra. E faço parte dos que pensam que devemos todos, sempre que o podemos fazer, trabalhar mais. Não trabalhar menos! Sair para “dar lugar a outros” é algo que os economistas sabem ser um absurdo, uma desculpa ou o resultado de uma organização ineficiente. Tem aliás um nome, “the labour lump fallacy”, a falácia do volume fixo de trabalho. O país precisa que todos os que o podemos fazer trabalhemos mais.

Ao dar esta última aula simbólica tenho de prestar homenagem a alguns colegas que me antecederam e que tenho pena de não terem seguido esta mesma tradição. Optaram por terminar mais discretamente a sua vida letiva. Refiro-me em primeiro lugar ao professor Carlos Silva Ribeiro, a quem o departamento de matemática tanto deve, desde ser hoje um

departamento forte e vigoroso até à existência da licenciatura em matemática aplicada, um dos grandes sucessos do ISEG, e várias pós-graduações e mestrados. Com o seu impulso foi criado o Centro de Investigação Cemapre, a que me orgulho de pertencer e de ter presidido durante vários anos.

Refiro-me também às professoras Lurdes Centeno, Teresa Chaves de Almeida, Margarida Pato e a vários outros colegas, tais como o professor João Dias. A perda da sua colaboração será certamente compensada, na medida em que alguém pode ser substituído, por novos professores e novos catedráticos. Tenho pena que o departamento fique hoje, com a minha jubilação, apenas com dois catedráticos. O mesmo que tinha há trinta e tal anos, quando tínhamos apenas o muito saudoso professor Murteira e o nosso colega Silva Ribeiro, antes de Daniel Muller e outros se lhes juntarem.

Para quem não gosta de prelúdios... já me estendi bastante.

E para começar esta aula teremos, claro, de começar por uma reflexão filosófica digna. Mas pensando em Locke, Kant, ou Popper, e pensando que daqui a pouco iremos almoçar, talvez o mais apropriado será um “filósofo” norte-americano conhecido como Dr. Seuss, lido por milhões de crianças, entre as quais os nossos filhos, quando estavam a crescer nos Estados Unidos... e a pergunta é...



How did it get  
so late  
so soon?

~ Theodor Geisel – "Dr. Seuss"

Bem, não há resposta...

O que pretendo fazer em seguida é rever meia dúzia de episódios que aconteceram ao longo destes anos – anos que foram tão rápidos que parece que pouco contiveram.

A minha infância foi feliz, culturalmente privilegiada, no seio de uma família protetora e encorajante. Ao ler, há algum tempo, a biografia de um dos meus heróis, o compositor Dimitri Shostakovich, relatada por Volkov, deparei-me com uma curiosa referência

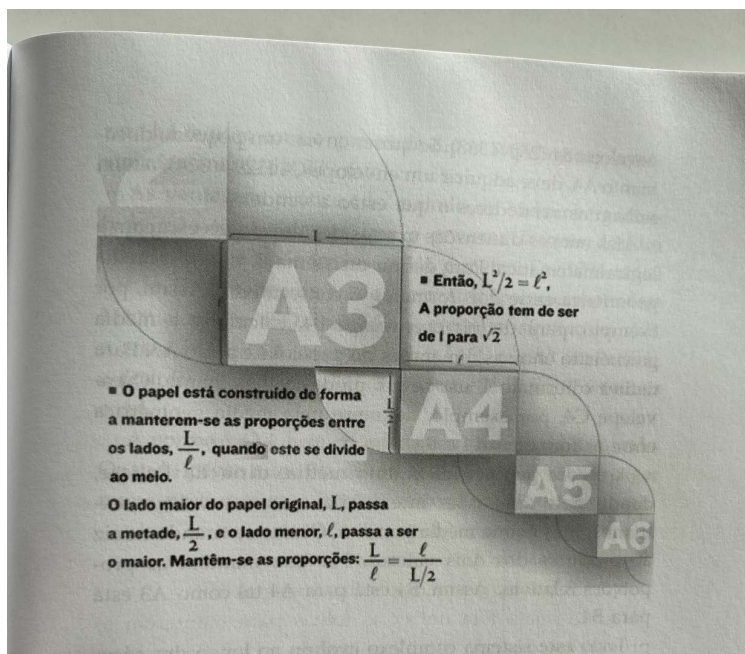
às características da intelectualidade de São Petersburgo no princípio do século, que era o seu grupo social: sempre educado para ser sóbrio, para ser trabalhador, para se cultivar, para saber, para saber mais, mas sempre educado para ser discreto, ser tolerante, não ser agressivo. Exibir superioridade era o pecado capital dessa classe educada de São Petersburgo.

Talvez esteja a romancear – e ninguém é bom juiz em causa própria – mas é curioso como penso, e gosto de pensar, que a minha educação foi assim, a quatro mil quilómetros e 50 anos de distância. Foi assim que fui preparado para a vida.

No meu primeiro emprego regular, aos 21 anos, fui técnico aprendiz de Organização e Métodos, onde modestamente me instruí em coisas valiosas, tais como os formatos de papel, dimensões e proporções...

Rimo-nos?! São conhecimentos tão úteis!

Sobre este tema escrevi muitos anos depois um artigo que teve alguma difusão. Sabem por exemplo, quantas folhas A4 existem no A0? E que a relação entre os lados de um A4 é a mesma que a de qualquer dos “As” consecutivos? E que por isso tem se ser raiz de 2... E qual a área do A0? E quais são as vantagens industriais destes formatos?



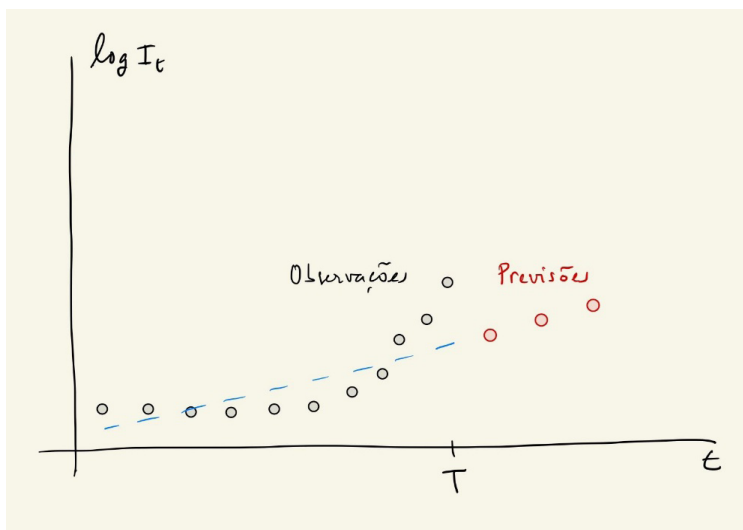
Reproduzido de *A Matemática das Coisas*, Gradiva 2008

Só depois me juntei à academia...

No termo da minha licenciatura, fui contratado como assistente estagiário no ISEG, após um concurso rápido e uma entrevista. Em paralelo, comecei a trabalhar numa empresa de consultoria, onde fui encarregue, como primeiro trabalho, de fazer previsões dos índices de revisão de preços em empreitadas e obras públicas. Na altura, com a inflação nos dois dígitos, a revisão de preços significava uma porção muito substancial das despesas em obras. As previsões eram então feitas “a sentimento”, como se dizia. Tinha-se uma ideia do crescimento médio de cada índice. Multiplicavam-se as taxas pelos últimos valores, e já estava.



Saído fresco de duas cadeiras de econometria, teria de ser mais científico... pelo que apliquei uma regressão linear aos valores históricos. O resultado foi, no mínimo, risível. E o meu chefe olhou-me com incredulidade. Em minha defesa tenho de dizer que não tinha então computadores, apenas uma calculadora, e que fazer gráficos razoáveis era uma tarefa morosa, com papel milimétrico, e com lápis e régua.



Ajustar uma função determinística a um conjunto de observações pode gerar previsões absurdas

O disparate seria evidente se tivesse à minha disposição folhas Excel – o seu precursor, o Lotus 1-2-3, só apareceria uns anos depois – e se pudesse desenhar gráficos diretamente do computador.

Mas tirei deste episódio pelo menos duas lições: a primeira, é que se deve tentar sempre visualizar os números, e a segunda, que não se deve aplicar automaticamente a regressão a séries temporais.

Pode hoje parecer ridículo, mas fazer representações gráficas é uma das recomendações mais importantes que um professor pode fazer aos seus alunos. Lembrome de o meu orientador de doutoramento, Howard Taylor, um célebre probabilista, uma vez, numa cadeira avançada de doutoramento sobre teoria da medida e processos estocásticos, ter sugerido um problema e parado a sua exposição para nos deixar pensar. De repente virou-se, quase irritado, e disse “Eu tenho 30 anos de prática de encarar estes problemas e, por muito abstratos que sejam, a primeira coisa que faço é pegar no lápis e esboçar uma representação gráfica. Vocês estão todos a olhar para o teto!”



Howard M. Taylor

Ainda hoje dou esse exemplo, sobretudo quando os meus alunos de mestrado me perguntam o que acho do comportamento de uma determinada série temporal, mostrando-me valores das autocorrelações, testes e outras referências. “Mostrem-me um gráfico!”

A segunda lição que tiro deste exemplo pode hoje parecer também ridícula, mas alterou a minha vida académica. Percebi que as séries temporais são um bicho diferente, que a previsão deve ponderar mais os últimos valores do que o passado remoto – algo que na regressão clássica habitualmente não se pratica. Percebi que os modelos de séries temporais devem compreender níveis estocásticos, parâmetros estocásticos, e que, nesta área, o aleatório não é um resíduo a eliminar para revelar uma estrutura fixa. É a alma das próprias séries.

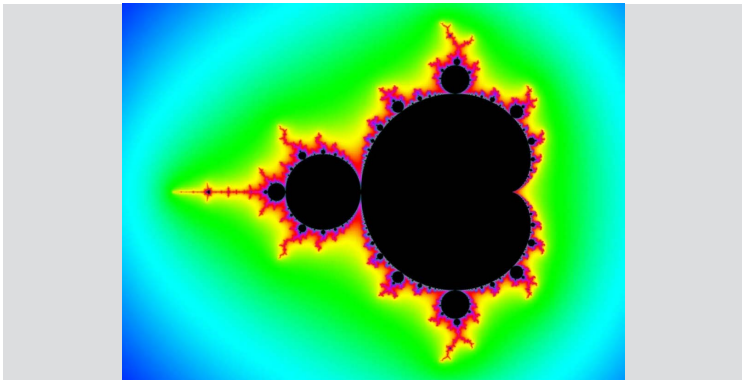
A partir dessa altura, não larguei esta área. Na minha tese de mestrado, com o Professor Daniel Muller, nosso malogrado colega, estudei o Filtro de Kalman, na altura um tópico a sair da engenharia de sistemas e começar o seu caminho na previsão estatística. O livro de Andrew Harvey, bem conhecido no ISEG, sairia três anos depois, estabelecendo os modelos estruturais como um dos tópicos centrais da modelação de séries temporais.

No meu doutoramento em matemática aplicada, em Delaware, Howard Taylor apontou-me os modelos fracionários ou fractais de memória longa, sobre os quais trabalhei bastantes anos.



Vista parcial do Mall da Universidade de Delaware

É curioso que os fractais se tenham estabelecido pela mão de Mandelbrot na análise de séries temporais económicas, e só depois na geometria, originando as belas imagens que todos conhecemos.



Conjunto de Mandelbrot, um fractal definido no plano complexo que representa o conjunto de pontos para os quais a sucessão  $Z_0 = 0$ ,  $Z_{n+1} = Z_n^2 + c$  é limitado

O primeiro artigo que submeti sobre o meu tópico de doutoramento veio rejeitado liminarmente, com o argumento de que era um “well-trodden path”, um tema já muito estudado e esgotado... Resubmeti-o a outra revista científica, não pior que a anterior, e foi aceite.

Nos anos seguintes, o tema explodiu. Claro que não estava esgotado! Publiquei talvez duas dezenas de artigos sobre o mesmo tema, que continua a ser uma área de investigação viva e variada. Repensemos, mas não desanimemos com as rejeições de artigos. Muitas vezes, os editores ou os revisores fazem escolhas menos felizes. O sistema tem algo de aleatório, mas é ergódico... não é perfeito, mas converge para o razoável.

Nos anos 1980, os fractais desenvolvidos por Benoit Mandelbrot estavam a sair da pura teoria probabilística para começarem a ser testados e estimados com fenómenos reais.

Com os novos instrumentos de estimação, começou pouco a pouco a verificar-se que as séries que tipicamente se consideravam fractais de memória persistente não passavam os novos testes. A modelação tradicional, com diferenças inteiras, era perfeitamente apropriada. Foram anos de destruição de convicções. Também colaborei nessa destruição, com alguns artigos.

Entretanto, com o meu amigo Pedro Lima, nessa altura em Johns Hopkins, e comigo no Stevens Institute, explorámos várias hipóteses. Os modelos

autoregressivos de volatilidade, ARCH, tinham surgido em 1980. Será que nas volatilidades se encontram características de processos fracionários?



Stevens Institute of Technology com o World Trade Center ao fundo

Temos os dois muito orgulho em que os primeiros testes rigorosos desta hipótese tenham aparecido pela nossa mão, em 1993 e 1994, e que em 1995, com Jay Breidt, na altura em Iowa State, tenhamos proposto e mostrado a aplicabilidade dos primeiros modelos matematicamente coerentes para este fenómeno: os LMSV, long-memory stochastic volatility, aplicando precisamente a modelação em espaço de estados, estudada pelo mesmo Kalman que tinha aparecido no meu trabalho de mestrado. Os FIGARCH e outros modelos só mais tarde foram justificados de forma matematicamente coerente.

É curioso como modelos fracionários têm aplicações muito diversas e se encontra memória persistente em muitos fenómenos naturais. Sílvia Lopes e eu, numa curta sabática que passei na URGs, em Porto Alegre, no Rio Grande do Sul, mostrámos que a distribuição do chamado lixo do ADN pode ser explicada com modelos fracionários. Ana Diniz, que coorientei no seu doutoramento na Faculdade de Motricidade Humana, mostrou como os intervalos gerados por um mecanismo de mudança de regimes (“regime-switching”) de cognição humana, se modelados por distribuições estáveis, geram processos fracionários que se encontram nos tempos revelados pelo ritmo humano. O meu aluno Joni Al-Hihi mostrou como os conhecidos testes de raízes unitárias podem ser modificados para estudar estes processos. E Radhika Ramji, também minha aluna de doutoramento, mostrou como podiam ser aplicados em controlo estatístico de qualidade.

Mas de repente... aparecem temas que não se esperam.

Um dia, vivíamos já na área metropolitana de Nova Iorque quando recebi uma chamada telefónica. “Nuno! Sabes que não estou no Rome Lab” disse-me Carla Pedro Gomes. Surpresa! A Carla tinha sido minha colega de mestrado em Lisboa, no ISEG. Tinha-se doutorado no Reino Unido, e estava agora de visita aos Laboratórios Bell, na Nova Jérсия. “E onde estás a morar?” perguntei. “Não devo estar longe de ti. Estou em Maplewood...”. Maplewood!? Era onde morávamos. “E em que sítio?” “Não deves conhecer, chama-se Boyden Ave”. Se não conhecia!!! Minutos depois estávamos frente a frente, tagarelando.

A partir daí encontramos-nos regularmente. Tagarelando, especulando sobre a possibilidade de vir a fazer algum trabalho conjunto. A Carla trabalhava em algoritmia e computação. Que poderia haver de comum?!

Um dia, apareceu com uma ideia: “Há uma grande discussão sobre os tempos de conclusão de um determinado tipo de algoritmos considerados difíceis, os ditos NP-completos, e há dúvidas sobre a distribuição probabilística desses tempos, medidos em número de backtracks (retrocessos)”. Mas o assunto parecia desinteressante, várias distribuições pareciam ajustar-se ao grosso das ocorrências: uma exponencial, uma chi-quadrado, uma gama... Quando muito, poderia procurar-se uma mistura de distribuições para incorporar algumas ocorrências mais selvagens. Um exercício desinteressante, e eu nem percebia como os cientistas computacionais podiam estar interessados nessa discussão.

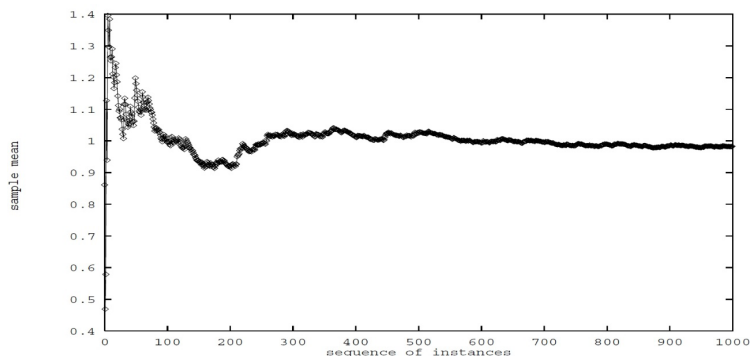
Falámos, conversámos, discutimos... foram muitas semanas cientificamente inúteis, mas muito simpáticas pelos inúmeros almoços que tivemos no Portuguese Pavillion e noutros restaurantes portugueses no Ironbound de Newark, esse enclave tão peculiar e tão vibrante.

Um dia, numa discussão mais alargada, alguém sugeriu: “Será que há distribuições que variam com o número de elementos da amostra? É que parece que a média empírica aumenta com a dimensão amostral.”

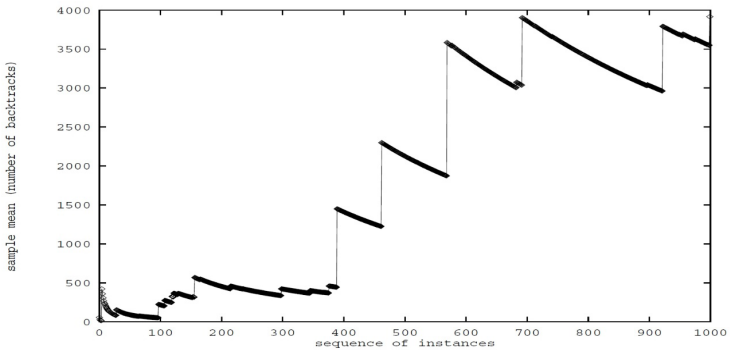


Quem esteja treinado em probabilidades e estatística percebe que esta hipótese não faz qualquer sentido. Quando se quer uma teoria, quer-se que ela seja geral. Não faz sentido imaginar que sequências de acontecimentos aleatórios independentes provenham de universos que vão diferindo, quando precisamente se postula que provêm do mesmo.

Mas nesta pequena e ingénua sugestão estava a chave do problema. Fizemos o que há muito devíamos ter feito, desenhado a sucessão de médias parciais e, ao invés de encontrar convergência, encontrámos divergência na sucessão de médias parciais.



A sucessão de médias parciais de variáveis aleatórias independentes converge habitualmente (em média quadrática, por exemplo) para média, como se vê neste gráfico



No caso de uma distribuição estável com o índice de estabilidade  $\alpha \leq 1$  essa convergência não se verifica

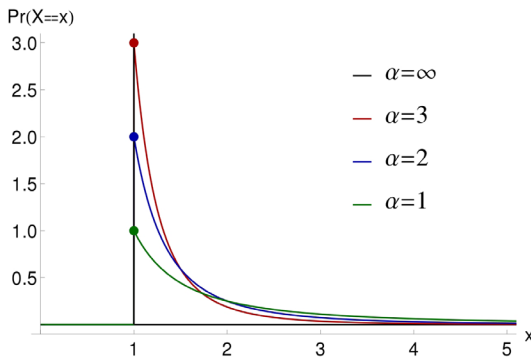
Ai, os gráficos! Por que não se começa sempre por gráficos?!

O assunto torna-se claro: a sucessão de médias parciais não converge, e isso sugere que se considerem distribuições de tipo Pareto-Lévy, sem variância finita e, possivelmente, sem média! A partir daí foi trabalhar... era preciso estimar o chamado índice de estabilidade ou expoente de momento máximo, era preciso criar um estimador que funcionasse com dados truncados... Não era trivial, mas percebia-se por onde caminhar. Era preciso também gerar eventos de um modelo de algoritmos apropriado, que foi a solução de quadrados latinos, um problema mais ubíquo do que parece...



O jogo do Sudoku tem uma estrutura base de quadrado latino

Acabámos assim por modelar a cauda da distribuição como uma chamada “cauda pesada”, capaz de gerar eventos extremos com elevada probabilidade. Para ter uma ideia do peso desta cauda, lembre-se que, em distribuições estáveis,  $\alpha = 2$  para a normal,  $\alpha = 1$  para a Cauchy ou  $t_1$ , distribuição que já não tem valor esperado. Os valores de  $\alpha$  que encontramos eram da ordem de 0.6, 0.4, 0.3, ou seja, caudas extremamente pesadas.



Distribuições de Pareto com diferentes índices de estabilidade; nota-se que, à medida que o índice se reduz, a probabilidade na cauda aumenta

O próprio Mandelbrot, que tinha sido durante muitos anos um campeão do uso de distribuições estáveis com caudas pesadas para modelação de fenómenos reais, nomeadamente séries financeiras, em que os colapsos aparecem, ou seja, em que eventos extremos acontecem, ficou surpreendido por ver exemplos tão marcantes.



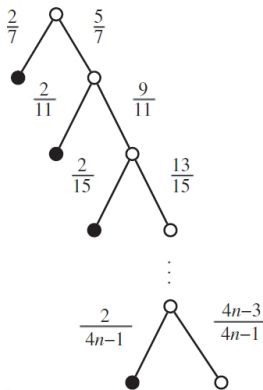
Com Benoit Mandelbrot em sua casa. Nova Iorque, c. 2000

Mas do ponto de vista das ciências da computação este resultado ofereceu uma explicação para um paradoxo: por que razão reiniciamos tantas vezes um algoritmo aleatório quando ele parece ter parado e nunca mais se encontra uma solução ou prova de inexistência de solução? Qual o sentido de reiniciar o algoritmo quando o valor esperado das interações do ponto onde ele se encontra deve ser o mesmo que o do novo ponto em que reiniciamos a computação? Noutros termos, que se ganha em mudar para novo ponto que, em valor esperado, está tão longe do fim como aquele onde estamos?

A solução agora parece simples: a distribuição não tem média, ou, melhor, como se prefere dizer, para não fazer confusão com a média empírica, não tem valor esperado. Fixar um limite para o tempo de espera de um caminho e reiniciar o algoritmo transforma a distribuição dos “tempos de espera”, ou seja, do número de retrocessos (“backtracks”), de uma lei estável numa geométrica, ou seja, numa distribuição bem-comportada, com valor esperado, variância e todos os momentos. Como titulámos uma comunicação que fizemos sobre este problema, trata-se de figure out “*how to cut short a long tail*”.

Alda Carvalho enfrentou um passo seguinte deste problema: qual será o modelo de algoritmo que tem um comportamento tão estranho como este? E resolveu-o, no seu doutoramento, que a Carla Pedro Gomes, agora em Cornell, e eu orientámos, criando árvores de procura ou de decisão com ramificações tais que geram, no limite, o equivalente discreto a distribuições estáveis de

cauda pesada. Sabiam que se pode convergir para qualquer número com uma árvore de decisão aleatória, por exemplo para o número pi?



- terminal nodes
- non-terminal nodes

Um exemplo de árvore de procura que gera uma distribuição de tempos estável

De retorno ao país, tive a sorte de passar um verão como cientista visitante no IPIMAR, trabalhando com Fátima Borges e a sua equipa. Na altura, estavam a aparecer os primeiros estudos de correlação entre o clima e os estoques para pescas. Conseguimos utilizar as oscilações de pressão atmosférica no Atlântico Norte, NAO, como variável preditiva da pesca de sardinhas cerca de 18 meses depois. Percebê-lo foi difícil. Foi uma equipa que envolveu biólogos, oceanógrafos e estatísticos. A multidisciplinaridade dá muito trabalho e requer especialização disciplinar.

No fim, tudo parece simples, e é enganador simplificar... No entanto, é isso que acontece na divulgação científica, que, entretanto, comecei a fazer. Não por qualquer obrigação, apenas por gosto.

O meu amigo Henrique Monteiro, então subdiretor do Expresso, convidou-me a escrever um artigo semanal para a revista do Expresso. Era uma ou duas páginas todas as semanas. Um trabalho imenso que fiz quase sem interrupção durante década e meia. A divulgação científica dá trabalho, não é fácil, e é arriscada. É muito fácil falsear a ciência ao simplificar os conceitos, e é muito fácil aborrecer as pessoas ao adotar o rigor científico. Mas é preciso saber do que se está a falar. E é preciso perguntar quando não se sabe.

O meu exemplo favorito é o da magnitude da estrela Sírio. Costuma dizer-se que é a estrela mais brilhante do céu, o que não é falso. Mas se se disser que é a estrela mais brilhante do universo, começamos a entrar num

terreno perigoso. Haverá certamente estrelas que irradiam mais energia, só que estarão mais longe e nos aparecem menos brilhantes. Estamos a falar de todo o universo ou só do que dele vemos, vulgar, o céu?

Mas há mais. Sabemos que os astrónomos medem o brilho das estrelas numa escala de magnitude. Portanto falam em magnitude. Então podemos tentar ser didáticos e dizer que Sírio é a estrela de maior magnitude.

Disparate! Disparate porque a escala de magnitude é uma escala logarítmica inversa e, portanto, maior brilho significa menor valor de magnitude.

E ainda nem sequer discutimos se a luminosidade se refere ao espectro de luz visível, como é hábito, ou se ao total da energia, isto é, à chamada magnitude bolométrica. Também não discutimos se se trata da magnitude absoluta ou aparente, medida à distância a que o objeto se encontra de nós.

Conclusão: a não ser que queiramos explicar as escalas de magnitude – o que é também interessante, científica e historicamente, referindo-nos a Hiparco, no segundo século antes de Cristo –, a não ser que seja esse o nosso objetivo, talvez o melhor seja ser-se simples e falar do brilho da estrela... Mas cuidado com os conceitos!

O leitor ou ouvinte de uma palestra de divulgação nem sequer imagina o cuidado que o divulgador tem de ter com a linguagem e com as ideias. E é bom que não desvie a sua atenção do essencial, é bom que não o perceba.

Mas talvez também fosse bom que o percebesse...

Vou contar agora uma história que sucedeu comigo, no ISEG, há uns 20 anos, pouco depois de ter retornado a Portugal.

Dei, como por vezes dou, uma aula especial no decorrer do semestre, uma aula mais histórica e mais cultural. Estava a explicar as bases da regressão linear e achei interessante que os alunos percebessem a raiz histórica do termo “regressão”. Pensando melhor, ocupei uma hora numa aula livre com a história dos mínimos quadrados.

Pouca gente o sabe, mas a técnica dos mínimos quadrados, que é a base da regressão clássica, nasceu no princípio do século XIX pelas mãos de Gauss e de Legendre e após muitas tentativas de Monteiro da Rocha, Boscovich, Laplace e outros. E nasceu para resolver um problema de astronomia: a determinação das órbitas dos cometas. Com o sucesso de Gauss e Olbers na determinação da órbita do asteroide Ceres, que se pensava ser um cometa, ou o planeta “em falta” entre Marte e Júpiter, o método difundiu-se. Oito décadas depois, Francis Galton popularizou o método para o estudo de fenómenos humanos e sociais. Em particular, estudou a relação entre a altura dos pais e dos seus filhos aplicando o método dos mínimos quadrados. Chegou à conclusão de que havia uma tendência para a média: filhos de pais mais altos eram também mais altos do que a média dos filhos, mas em média menos altos que os seus pais. Havia uma *regressão* para a média.



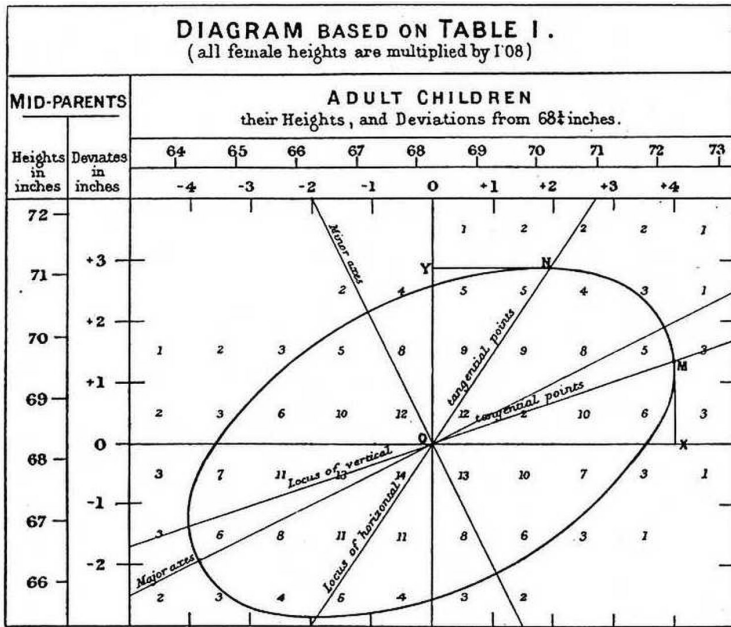


Diagrama de regressão de Francis Galton de 1875

Hoje chama-se regressão ao ajustamento de uma função, habitualmente pelos mínimos quadrados, mas muitos estudantes de economia e estatística não fazem qualquer ideia da origem do termo. Fossem os filhos de pais altos, em média, mais altos que os seus progenitores, e talvez esta técnica tão comum se chamasse “progressão”.

Não... depois desta aula especial nenhum aluno me perguntou se a história vinha para exame... e a larga maioria ficou interessada nesta perspetiva cronológica.

No fim da aula, uma aluna, por acaso bem alta, não sei se mais alta que os seus pais, veio falar comigo e disse-me “Gostei muito, professor; porque não podem ser todas as aulas assim?”

Educação, educação, porque não pode ser a educação pura diversão!?

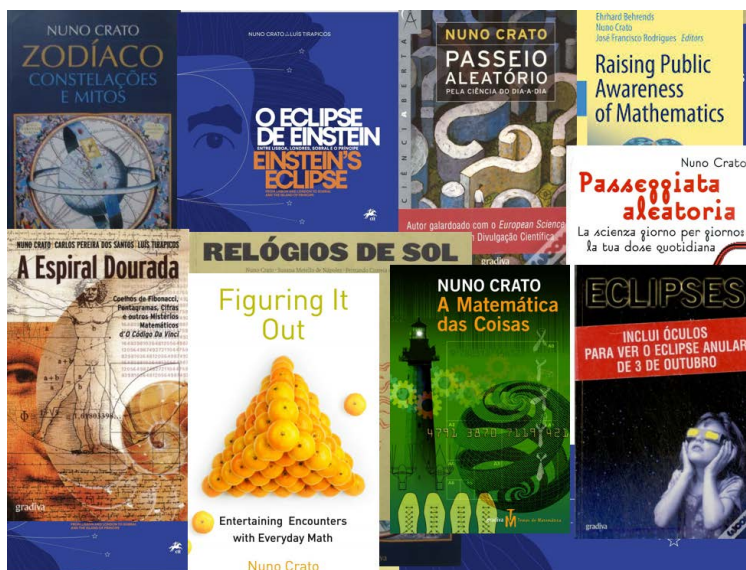
Não, não pode! A educação tem de ser sistemática, orientada pela estrutura interna das matérias. A divulgação, essa sim, pode ser episódica, centrada em tópicos particularmente interessantes, que façam a ligação a outros tópicos, e pode escolher os assuntos conforme o seu interesse imediato. Ou seja, a divulgação pode ser centrada no ouvinte ou leitor. Mas a educação não pode ser centrada no aluno, naquilo que mais lhe interessa. Tem de ser centrada na progressão das matérias. A educação tem de ser dirigida.

A distinção parece clara, mas infelizmente muitas pessoas não a compreendem, incluindo muitas pessoas da área da educação.

Tal como muita gente não distingue a divulgação da criação de ciência – outro tema que mereceria alguma discussão.

Pouca gente terá feito tanta divulgação científica como eu. Escrevi umas duas dezenas de livros, cerca de 500 artigos em jornais, fiz uns 200 programas de rádio e dezenas de programas de televisão. Fiz também vídeos

educativos e centenas de palestras em escolas e centros de ciência. Tenho imenso orgulho em ter ganho dois prémios europeus pelo trabalho de divulgação científica. Um da Sociedade de Matemática Europeia, outro da Comissão Europeia. Muito trabalho! Muito, muito trabalho, e muito puro prazer.



Por tudo isto, muita gente se surpreendeu quando comecei a dizer que o ensino não era divulgação. Não é!

E esta teimosia levou-me de novo ao velho interesse por educação.

Comecei a ler Piaget e Claparède ainda adolescente, nos livros com que o meu pai estudava as “pedagógicas”,

então requeridas para se ser professor efetivo dos liceus. Tomava particular atenção às técnicas didáticas de Rómulo de Carvalho, que tive o privilégio de ter como professor no velho Pedro Nunes. Vim mais tarde a recolher alguns dos seus textos pedagógicos em livro. Nos Estados Unidos tomei contacto com Don Hirsch, talvez a figura mais importante em educação no fim do século XX e começo do atual.



Com E.D. Hirsch em Carcavelos, novembro de 2018

Já em Portugal, fui eleito para a direção da Sociedade Portuguesa de Matemática e por três vezes eleito seu presidente, no que tenho imenso orgulho. Nas minhas funções, comecei a tomar contacto com o atual ensino da matemática, com os programas, as avaliações e as orientações pedagógicas. Comecei a ler, a ler, a ler...

Os olhos quase me saíam das órbitas!

Como sabemos, em Portugal e no mundo, há um debate muito aceso sobre educação. Não escondo que defendo uma educação estruturada, com programas bem organizados e ambiciosos, com metas claras, com avaliação, baseada em disciplinas, com prioridade às disciplinas fundamentais em cada etapa de escolaridade, sob a direção de bons professores que promovam a educação direta e explícita. Vale a pena argumentar e comentar os absurdos que têm sido contrapostos a estes objetivos, nomeadamente o chamado “ensino centrado no aluno”, expressão que esconde o que realmente significa, o “ensino por projetos” ou o “ensino pela descoberta”, a prioridade às ditas “competências”, ou a “multidisciplinaridade sem disciplinaridade” e todo o missal que acompanha estas ideias frouxas.



Mas mais importante ainda é promover o estudo científico dos problemas da educação, o que ajudamos a fazer com o LESE, Lisbon Economics and Statistics of Education, a funcionar no ISEG desde 2011, e agora também na Nova. Isso é o que podemos fazer, como estatísticos e como economistas, e os psicólogos e pesquisadores de ciências cognitivas podem fazer o equivalente pelo seu lado.



Tendo sido tão explícito na crítica às orientações educativas predominantes, é surpreendente que alguém corresse o risco de me convidar a desempenhar funções governativas na área, o que, como sabem, aconteceu. Devo ao Dr. Pedro Passos Coelho esse convite, que acabei por aceitar e que procurei desempenhar o melhor que pude. Da forma o menos conflituosa e o menos ideológica possível, note-se, mas enfrentando as dificuldades do período e do sector. Fui acompanhado por pessoas excepcionais e aqui me fico, pois para não esquecer ninguém o melhor é não referir ninguém.

Entre 2011 e 2015 aumentou-se a escolaridade obrigatória do 9.º para o 12.º ano, introduziu-se o Inglês como disciplina obrigatória por 7 anos consecutivos, nas avaliações internacionais PISA e TIMSS obtiveram-se os nossos melhores resultados de sempre, reduziu-se a percentagem de alunos com resultados claramente insuficientes nas mesmas avaliações, os chamados “low-performers”, percentagem que nunca tinha sido, nem voltou a ser, tão baixa como em 2015, reduziu-se o abandono escolar precoce para cerca de metade. Ao mesmo tempo, os nossos cientistas conseguiram pela primeira vez uma competitividade europeia que nos permitiu obter mais fundos para a investigação do que as contribuições que pagamos para a ciência europeia. No ensino superior, fundiram-se as duas maiores universidades de Lisboa e lançaram-se os TeSP, um progresso estrutural na educação pós-secundária.

Em educação, nada pior do que esquecer o essencial. Tenho por isso muito contentamento em que o meu malogrado Amigo Alexandre Soares dos Santos, com quem tive o privilégio de conviver logo na altura da preparação da Fundação Francisco Manuel dos Santos, tenha mais tarde decidido lançar um novo empreendimento, em conjunto com a Mulher e Filhos: Teresa e Alexandre Soares dos Santos Iniciativa Educação, e me tenha convidado para ajudar a conceber e lançar esse projeto, centrado no essencial, começando pelo início da escolaridade e pela leitura.



Com Alexandre Soares dos Santos em Bérghamo, Itália, agosto de 2016

Não é esta a altura própria para discutir em pormenor todos estes temas educativos. Queria antes focar-me em grandes razões que, em meu entender, levam os professores universitários e a academia a dever preocupar-se com a educação básica e secundária. A primeira é um pouco egoísta, mas nem por isso menos válida: quanto mais bem preparados nos chegarem os alunos mais podemos ajudá-los a progredir e menos temos de nos preocupar com lacunas que não deviam já existir. E sempre que se abranda a exigência no ensino básico e secundário, mais deficiências em português, em capacidade de expressão, em raciocínio lógico, em instrumentos quantitativos terão os alunos que ingressam no ensino superior. Há coisas que só muito dificilmente mais tarde se conseguem, quando se conseguem, remediar.



A segunda razão é mais geral. A adolescência é a época própria da vida para se adquirir destreza de cálculo e domínio da língua, do vocabulário, da estrutura sintática mais sofisticada e da capacidade de expressão.

Deixem-me abrir dois parêntesis. Primeiro parêntesis, jovens: aprendam línguas! Com pouco esforço, aprendi francês aos dez anos de idade. Com imenso esforço, inglês aos 35 e outras línguas mais tarde. Percebo bem cinco idiomas e leio-os fluentemente, mas tenho muitas dificuldades de expressão e sei que se tivesse aprendido essas línguas durante a minha adolescência ou juventude teria hoje nelas uma fluência muito satisfatória e não a frustração que sinto sempre que tento exprimir-me com correção numa língua que não é a minha.

Segundo parêntesis, jovens: sejam exigentes convosco próprios. Não basta aprender a ler e escrever. É preciso saber comunicar bem. A capacidade de comunicação é uma das mais importantes que um jovem saído da universidade deve ter: saber exprimir-se corretamente em português e inglês, escrever sem erros gramaticais, utilizar um vocabulário rico e preciso mas despretensioso, frases explícitas com uma sintaxe correta, com as vírgulas nos sítios próprios, com a pontuação a ajudar a expressão. Frases curtas, mas precisas. Uma ideia em cada parágrafo. Só assim se consegue aquilo que deve ser o objetivo da comunicação: comunicar para se ser entendido!

Como escreveu o alagoano Graciliano Ramos, um dos meus escritores favoritos, “A palavra não foi feita para enfeitar, brilhar como ouro falso; a palavra foi feita para dizer.”

Mas a adolescência é também a época certa da vida para aprender a respeitar o conhecimento e a ambicionar o rigor. Quanto mais se conhece mais se pode conhecer, quanto maior for a nossa formação mais a poderemos desenvolver.

O conhecimento e o rigor estão hoje sob ataque de várias frentes. Em primeiro lugar, das correntes de inspiração pós-moderna que tendem a relativizar todo o conhecimento para o menorizar, e que tendem a “desconstruir” todas as asserções, não para as substituir por conclusões melhores, mas para deixar um vazio e hesitação a partir das quais a dúvida deixa de iluminar a procura da verdade para passar a paralisá-la.

Em segundo lugar, o conhecimento e o rigor estão sob ataque das orientações pedagógicas anticientíficas, que recomendam que se desenvolva sentido crítico no vácuo, criatividade na ignorância, comunicação sem conteúdo e colaboração sem objetivo. São os quatro “Cs” das ditas competências do século XXI.

Não há nada de errado, note-se, quando se acentua, por exemplo, a criatividade ou a capacidade de procurar informação. O mundo está a mudar e a informação está mais acessível. O erro está em

concluir daí que a pura informação não interessa, que o conhecimento não tem valor em si, pois tudo está à distância de um clique. Na realidade, para procurar informação é preciso saber enquadrá-la e interpretá-la. Ou seja, é preciso ter informação.

Todos nos devemos preocupar quando se promove a desvalorização do conhecimento. Talvez sobretudo nós, universitários.

Mas o tempo passa. E em 2015, tendo acabado a minha missão governativa, liguei à terra e parti para Itália, onde haveria de obter por concurso um lugar de cientista visitante no Centro Comum de Investigação europeu, JRC, em Ispra.

Foi uma experiência interessante: o contacto com a cultura italiana: cozinha, língua, literatura, história, música, arquitetura...

Foi também uma experiência desanimadora: o contacto com a burocracia da Comissão Europeia, com o palavreado vazio, com o espírito de cortesia promovido pela hierarquia, com as faltas de abertura e de espírito científico...

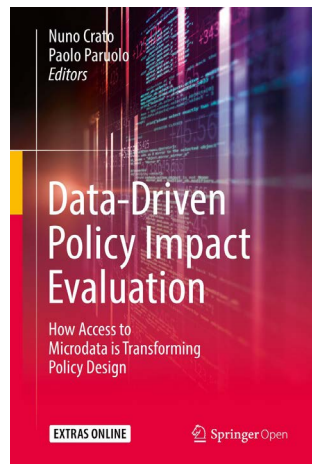
Mas cientificamente foi uma experiência muito rica. Além do contacto com cientistas e pessoas de alto nível intelectual, foi a oportunidade para rever dois temas de grande importância para o nosso futuro: o acesso aos dados e a avaliação de políticas públicas.



Com a equipa do JRC, 12 de abril de 2018

Infelizmente, ainda hoje, muitos governos e instituições consideram o acesso dos investigadores e dos cidadãos aos dados sociais como um privilégio a ser rigorosamente controlado, quando tolerado. Infelizmente, ainda hoje há quem não entenda que há processos cientificamente válidos de avaliar o impacto das políticas sociais e que esse impacto se deve medir pelos resultados objetivos e não pelas intenções que se exprimem.

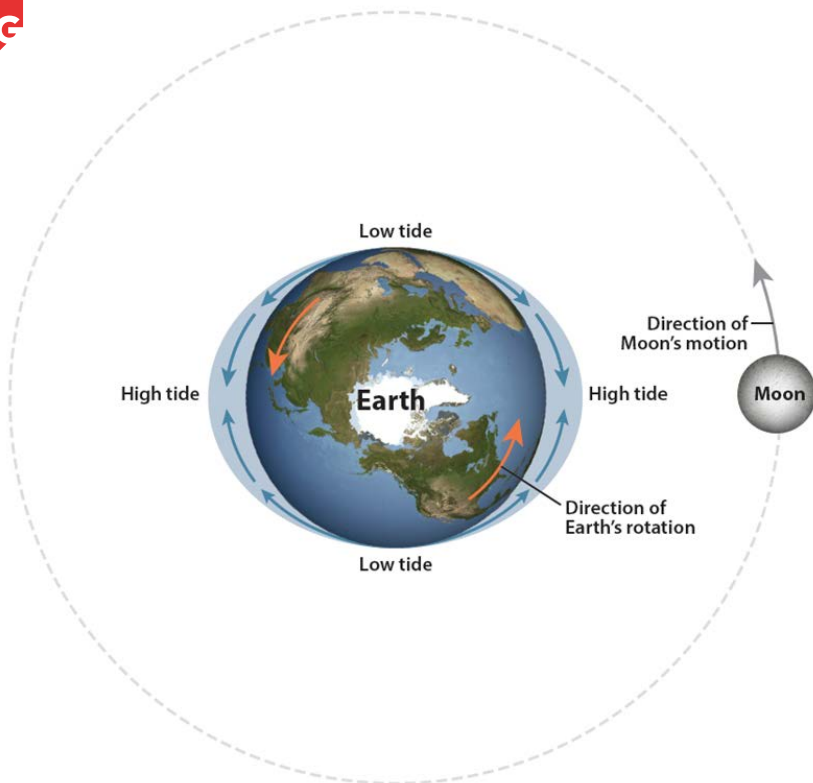
Por tudo isto, tenho também muito orgulho no trabalho que desenvolvi com Paolo Paruolo durante a minha estadia em Itália.



E também orgulho no recomeço do trabalho científico em séries temporais. Aqui, tenho de fazer um longo parêntesis, pois para o introduzir tenho de contar brevemente uma das histórias científicas mais interessantes que conheço: a da previsão das marés.

A subida e descida das águas tem sido estudada desde a Antiguidade. E desde a Antiguidade se sabe que sofrem a influência da Lua e são mais amplas em certas épocas do ano. Mas a explicação das suas causas teve de esperar pela Revolução Científica.

Galileu e Kepler falharam na explicação do período semidiurno das marés. A rotação da Terra e a atração da Lua explicariam uma maré alta por dia, mas não as duas que se registam na maioria das regiões costeiras. Foi Newton quem percebeu nos seus Principia, publicados em 1687, que a atração universal e a dinâmica do sistema Terra-Lua eram responsáveis pelas duas subidas das águas. A explicação de Newton era ainda muito genérica, e foi preciso que Colin Maclaurin, Leonhard Euler, Daniel Bernoulli, Laplace e outros completassem o quadro teórico.



O mecanismo essencial das marés, que gera duas marés altas por dia, só foi possível explicar pela mecânica newtoniana

Mas era apenas um quadro teórico. A previsão das marés porto a porto não resultava diretamente desse quadro. A teoria não permitia explicar por que razão no Monte de Saint Michel a amplitude das marés atinge 15 metros, e em Lisboa ronda os três metros. Também não permite explicar por que razão a maré alta chega a Lisboa meia hora depois de ter atingido Cascais.

É preciso acrescentar a dinâmica das águas, que não constituem um fluido perfeito, considerar os fundos

dos oceanos e um conjunto imenso de condicionantes que geram a grande variedade de marés ao longo do ano e do globo. E estamos ainda a falar apenas das marés astronómicas, esquecendo os fenómenos atmosféricos, responsáveis por oscilações que atingem também amplitudes consideráveis.

O grande salto em frente dá-se com o físico britânico William Thomson, Lord Kelvin, que tem um pensamento muito moderno. Kelvin percebe que a dinâmica das marés é causada por um conjunto de períodos astronómicos muito precisos e muito previsíveis. E percebe que eles atuam de maneira diversa conforme os portos, mas de respeitando indiretamente os ciclos astronómicos. O que ele precisa de fazer é então claro: somar a influência de todos esses ciclos com parâmetros de fase e de amplitude que podem ser estimados para cada porto. Os outros fatores atuariam condicionando o valor desses parâmetros através de processos de caixa negra.

Na altura, estava já desenvolvida a teoria matemática de análise harmónica, que tanta aplicação têm no estudo de séries temporais. Em 1822, o matemático francês Jean-Baptiste Joseph Fourier tinha espantado os seus contemporâneos mostrando que qualquer função razoavelmente comportada podia ser aproximada por uma série de sinusóides. Mas a aplicação da teoria de Fourier às marés necessitava de uma série de harmónicas incomportável pelos meios computacionais da época.

Matematicamente, a ideia de Kelvin corresponde a fazer uma transformada de Fourier, mas apenas nos períodos que a astronomia indicava serem importantes. Cientificamente, é uma ideia extremamente moderna.

Kelvin levou a sua ideia à prática e construiu máquinas muito engenhosas: os preditores de marés de Kelvin. Desses computadores analógicos sobrevive hoje uma dúzia. Por um acaso, tive o privilégio de observar uma dessas máquinas no Instituto Hidrográfico, em Lisboa, onde funcionou até aos anos 1970, quando foi substituída por computadores digitais.



O preditor de marés de Kelvin existente no Instituto Hidrográfico, em Lisboa



Girando uma manivela acionava-se um sistema engenhoso de roldanas que fazia as somas de Fourier e desenhava as previsões de marés. Mas Kelvin construiu também instrumentos que calculavam automaticamente os parâmetros necessários a partir dos mapas dados pelos instrumentos de registo de marés – os marégrafos. Visitei um desses instrumentos de cálculo no MAST, no Rio de Janeiro, onde existe também um preditor de Kelvin.

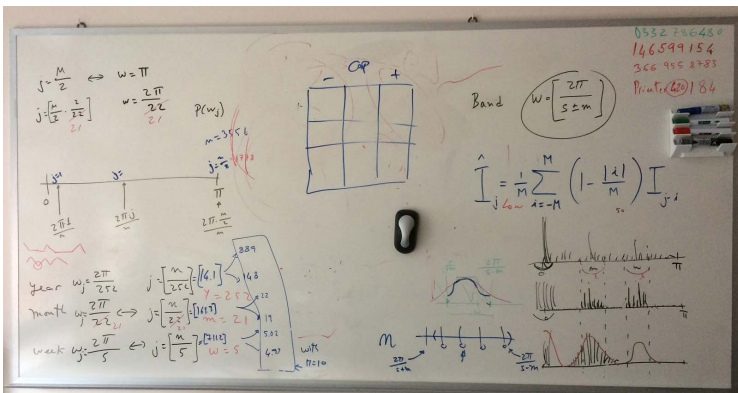
Que tem isto a ver connosco? Quase 20 anos depois de ver pela primeira vez a máquina do Instituto Hidrográfico, estando já em Itália, ao trabalhar com Jorge Caiado e Pilar Poncela, tivemos a ideia de aplicar o mesmo princípio na análise de séries financeiras temporais. São séries já muito longas, de elevada frequência – tick by tick – e muito variadas. Podemos hoje ter milhares de séries financeiras, cada uma dela com milhões de observações. É a era do Big Data, que nos obriga a inventar instrumentos de análise diferentes. Mesmo com os computadores mais modernos, é incomportável usar todos esses dados em certo tipo de cálculos. Da falta de dados passámos a ter dados a mais...

Bem, dados a mais nunca existem... O necessário é saber tratá-los.

Tivemos então a ideia de seguir Kelvin e calcular o que chamámos “periodograma truncado”. Essencialmente, trata-se de calcular os coeficientes de Fourier, mas apenas para períodos específicos de mais interesse.

Enquanto o preditor de Kelvin considera os períodos semidiurno lunar, semidiurno solar, elíptico semidiurno, declinação lunissolar diurna, declinação lunar diurna, e por aí adiante, até atingir seis, dez, e mais componentes, nós considerámos períodos ajustados às características dos ativos financeiros: o período semanal, mensal e anual. Os cálculos simplificam-se extraordinariamente. E o certo é que o método funciona. Mostrámo-lo em extensas simulações de Monte Carlo e por aplicação a séries observadas.

A ideia parece simples, e é simples, mas implica muito trabalho computacional e algum trabalho teórico, que levou, por exemplo, a deduzir matematicamente as vantagens das janelas de alisamento em torno das frequências de interesse.



Este trabalho está publicado. A minha aluna Andreia Albino aplicou depois uma ideia semelhante no domínio tempo, com a autocorrelação truncada. Com a colaboração de Jorge Caiado estamos agora a comparar os dois métodos, com a ideia de os aplicar a séries em que os períodos dominantes não são à partida conhecidos. Mais trabalho!

Olhando para trás, podemos perguntar-nos: como pode ter acontecido que uma desinteressada visita ao Instituto Hidrográfico há quase 20 anos tenha ajudado a conceber um processo de comparação e agrupamento de séries temporais financeiras?

Na vida, as informações acumulam-se e mais tarde ou mais cedo vêm a ser úteis. O que se aprende em ciência por simples curiosidade pode vir mais tarde a ser útil na nossa atividade científica se não fizermos a pergunta desmoralizadora e derrotista “Para que é que isto serve?”. Para já, não serve para nada. No futuro veremos. Muitas vezes só no futuro o vemos.

Num discurso famoso feito em Stanford, em 2005, Steve Jobs descreve o efeito inesperado que teve a sua escolha da disciplina de tipografia como optativa. Sem ter feito essa escolha, teria demorado muito mais tempo a introduzir nos computadores os tipos de letra (fontes) proporcionais e o grafismo elegante e bem legível que hoje conhecemos. E conclui Steve Jobs: nunca sabemos para que nos vai servir o conhecimento. Só o sabemos mais tarde. Nas suas palavras:



“Again, you can’t connect the dots looking forward; you can only connect them looking backward. So, you have to trust that the dots will somehow connect in your future. You have to trust in something – your gut, destiny, life, karma, whatever.”

Aprender, aprender, aprender! Trust it: We will connect the dots later. Muito obrigado pela vossa presença e pela vossa paciência.

Esta foi a minha última aula. Antes da próxima.

## CURRICULUM VITAE

Nuno Crato

Professor Catedrático (Full Prof.) of Statistics and Econometrics, ISEG, Lisbon School of Economics & Management, University of Lisbon, R. do Quelhas 6, 1200-781 Lisbon, Portugal

e-mail: [ncrato@iseg.ulisboa.pt](mailto:ncrato@iseg.ulisboa.pt)

internet: <http://www.iseg.ulisboa.pt/~ncrato>

personal e-mail: [ncrato@gmail.com](mailto:ncrato@gmail.com)

personal webpage: <https://www.nunocrato.org>

## RECENT AND PAST ACADEMIC SERVICES

2016–2018 – Senior Visiting Scientist, Joint Research Center, European Commission, Italy

2011–2015 – Minister of Education and Science, Portuguese Republic

2010–2011 – C.E.O. of Taguspark, S.A., Science and Technology Park, Oeiras, Portugal

2007–2011 – Dean (*Pró-reitor*) for Scientific Culture of the Lisbon Technical University

2007–2010 – President and Scientific Coordinator of Cemapre Research Center, ISEG, Lisbon

2004–2010 – Portuguese Mathematical Society (SPM) President

1993–1994 – External consultant at the World Bank

1985–1988 – Technical Director for consulting, Norma-Açores

## RESEARCH INTERESTS

Econometrics, time series analysis, probability models and applications, economics and statistics of education.

## EDUCATION

Aggregation (Habilitation), Lisbon Technical University, 2002.

Ph.D. in Applied Mathematics at the Department of Mathematical Sciences of the University of Delaware. Dissertation “On some misspecification problems in long-memory fractional time series models”; advisor Prof. Howard M. Taylor , 1992

M.S. (mestrado) in Mathematical Methods for Management Decisions, Technical University of Lisbon. Thesis on Kalman filtering prediction; adviser Prof. Daniel Muller, 1985

B.S. (licenciatura) in Economics, Technical Univ. of Lisbon, 1981.

## HONORS

2016 – National medal of the Portuguese Republic *Grã-Cruz* of Prince Henry Order.

2008 – European Union Science Award (ex-Descartes Prize) for Science Communication (2nd).

2008 – National medal of the Portuguese Republic *Comendador* of Prince Henry Order.

2003 – First Prize on the Public Awareness of Mathematics, European Mathematical Society.

## SELECTED GENERAL PUBLICATIONS

Crato, N. (Ed.), *Improving a Country's Education: PISA 2018 Results in 10 Countries*, Springer 2021. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-59031-4\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-59031-4_1)

Crato N. Setting up the Scene: Lessons Learned from PISA 2018 Statistics and Other International Student Assessments. In: Crato N. (eds) *Improving a Country's Education*. Springer, 2021.

Crato, N., Curriculum and Educational Reforms in Portugal: An Analysis on Why and How Students' Knowledge and Skills Improved, in *Audacious Education Purposes*, F. M. Reimers (Ed.), Springer, 209-31, 2020. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-41882-3\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-030-41882-3_8)

Crato, N. and Paruolo, P. (Eds.), *Data-Driven Policy Impact Evaluation: How Access to Microdata is Transforming Policy Design*, Springer 2019. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-78461-8>

Crato, N. "A call to action for better data and better policy evaluation: A briefing on the importance of administrative data for social knowledge and policy evaluation at Big Data times", EUR 28434, Ispra, Italy, 2017. <https://doi.org/doi:10.2760/738045>

Behrends, E., Crato, N. and Rodrigues, J.F. (Eds.) *Raising Public Awareness of Mathematics*, Springer 2012.

#### SELECTED REFEREED PUBLICATIONS

Caiado, J., Crato, N. and Poncela, P. "A fragmented-periodogram approach for clustering big data time series", *Advances in Data Analysis and Classification*, 2019.

Diniz, A., Barreiros, J., and Crato, N. "A new model for explaining long-range correlations in human time interval production", *Computat. Statistics & Data Analysis* **56**, 1908–19, 2012.

Caiado, J., Crato, N., and Peña, D. "Tests for comparing time series of unequal lengths," *Journal of Statistical Computation and Simulation* **82**, 1715-1725, 2012.

Crato, N., Linhares, R.R., and Lopes, S.R.C. " $\alpha$ -stable laws for noncoding regions in DNA sequences", *Journal of Applied Statistics* **38**, 261–271, 2011.

Diniz, A., Barreiros, J., and Crato, N. "Parameterized estimation of long-range correlation and variance components in human serial interval production", *Motor Control* **14**, 26–43, 2010.

Crato, N., Linhares, R.R., and Lopes, S.R.C. "Statistical properties of detrended fluctuation analysis", *Journal of Statistical Computation and Simulation* **80**, 6, 625–641, 2010.

Caiado, J. and Crato, N. "Identifying common dynamic features in stock returns", *Quantitative Finance* **10**, 7, 797–807, 2010.

Caiado, J., Crato, N., and Peña, D. "Comparison of time series with unequal length in the frequency domain" *Communications in Statistics: Simulation and Computat.* **8**, 527–542, 2009.

- Carvalho, A., Crato, N., and Gomes, C. "A Generative Power-Law Search Tree Model", *Computers & Operations Research* **36**, 2376–2386, 2009.
- Caiado, J., Crato, N. and Peña, D. "A periodogram-based metric for time series classification", *Computational Statistics & Data Analysis* **50**, 10, 2668–2684, 2006.
- Borges, M.F., Santos, A., Crato, N., Mendes, H., and Mota, B. "Sardine regime shifts off Portugal: a time series analysis of catches and wind conditions", *Scientia Marina* **67-1**, 235–44, 2003.
- Crato, N. and Ray, Bonnie K. "Semi-parametric smoothing estimators for long-memory processes with added noise", *Journal of Statistical Planning and Inference* **105**, 283–297, 2002.
- Rammjee, R., Crato, N. and Ray, B.K. "A note on moving average forecasts of long memory processes with an application to quality control", *Int. J. Forecasting* **18**, 291–297, 2002.
- Costa, A.A. and Crato, N. "Long-run versus short-run behaviour of the real exchange rates", *Applied Economics* **33**, 683–688, 2001.
- Crato, N. "Estimation of the maximal moment exponent with censored data", *Communications in Statistics: Simulation and Computation* **29**, 1239–1254, 2000.
- Crato, N. and Ray, Bonnie K. "Memory in returns and volatilities of commodity futures contracts", *The Journal of Futures Markets* **20**, 6, 525–544, 2000.
- Gomes, C.P., Selman, B., Crato, N., and Kautz, H. "Heavy-tailed phenomena in satisfiability and constraint satisfaction problems", *Journal of Automated Research* **24**, 67–100, 2000.
- Breidt, J. F., Crato, N., and de Lima, P. J. F., "On the detection and estimation of long-memory in stochastic volatility," *Journal of Econometrics* **83**, 325–348, 1998.
- Gomes, C. P., Selman, B., and Crato, N., "Heavy-tailed probability distributions in combinatorial search", Gert Smolka (Ed.), *Principles and Practice of Constraint Programming–CP 97*, Lecture Notes in Computer Science 1330, Springer, 121–135, 1997.



Crato, N. and de Lima, P. J. F., "On the power of underdifferencing and overdifferencing tests against nearly nonstationary alternatives", *Communications in Statistics: Simulation and Computation* **26**, 4, 1431–1446, 1997.

Crato, N. and Taylor, H. M., "Stationary persistent time series misspecified as nonstationary ARIMA," *Statistische Hefte/Statistical Papers* **37**, 215–223, 1996.

Crato, N., "Some results on the spectral analysis of nonstationary time series," *Portugaliae Mathematica* **53**, 179–186, 1996.

Crato, N. and Ray, Bonnie K., "Model selection and forecasting for long-range dependent processes," *Journal of Forecasting* **15**, 107–125, 1996.

Wu, Ping and Crato, N., "New tests for stationarity and parity reversion: evidence on New Zealand real exchange rates," *Empirical Economics* **20**, 599–613, 1995.

Crato, N. and Rothman, P., "A reappraisal of parity reversion for U.K. real exchange rates," *Applied Economics Letters* **1**, 9, 139–141, 1994.

Crato, N., "Some international evidence regarding the stochastic memory of stock returns," *Applied Financial Economics* **4**, 1, 33–39, 1994.

Crato, N. and de Lima, P., "Long-memory and nonlinearity: A time series analysis of US stock returns and volatilities," *Managerial Finance* **20**, 2/3, 49–67, 1994.

Crato, N. and Rothman, P., "A fractionally integration analysis of long-run behavior for U.S. macroeconomic time series," *Economics Letters* **45**, 3, 287–291, 1994.

Crato, N. and de Lima, P., "Long-range dependence in the conditional variance of stock returns," *Economics Letters* **45**, 3, 281–285, 1994.

Crato, N. and Lopes, A., "Forecasting price trends at Lisbon Stock Exchange," in *A Reappraisal of the Efficiency of Financial Markets*, Taylor, S. et al. Springer-Verlag, 1989.

## OTHER SELECTED PUBLICATIONS

Crato, N., "Math curriculum matters: Statistical evidence and the Portuguese experience", *European Mathematical Society Magazine*, forthcoming, 2022.

Crato, N. and Ruiz, E., "Can we evaluate the predictability of financial markets?", *Int. Journal of Forecasting* **28**, 1–2, 2012.

Crato, N., "Pedro Nunes, Portuguese mathematician and cosmographer", *The Mathematical Intelligencer* **25**, 2003.

Crato, N. "A mild skepticism on nonlinear forecasting: Some comments on the paper by Harvill and Ray", *International Journal of Forecasting* **21–4**, p. 729, 2005.

Teles, P., Crato, N. and Wei, W.W.S. "The Use of Aggregate Time Series in Testing for Long Memory", *Bulletin of the International Statistical Institute*, 52nd Session, 1999, 341–342, 1999.

Breidt, J. F., Crato, N., and de Lima, P. J. F., "Modeling the persistent volatility of asset returns", Proceedings of the IEEE/IAFE Conference on Computational Intelligence for Financial Engineering (CIFer'97), IEEE, Piscataway, NJ, 266–272, 1998.

Al-Hihi, Joni and Crato, N. "On the Behavior of Tanaka's Test in Presence of Fractionally Integrated Models," American Statistical Association, Proceedings of the Business and Economic Statistics Section, 183–186, 1998.

Crato, N. and Dowling-DaCosta, L. "On the behavior of some estimators for the index of stability", NJIT-CAMS Research Report 9899-6, 1998.

Crato, N. and de Lima, P., "Underdifferencing versus overdifferencing tests," American Statistical Association, Proc. of the Business and Economic Statistics Section, 60–65, 1995.

de Lima, P. and Crato, N., "Long-memory in stock returns and volatilities," American Statistical Association, Proceedings of the Business and Economic Statistics Section, 202–207, 1993.

Crato, N. "Long-memory time series misspecified as nonstationary ARIMA," American Statistical Association, Proceedings of the Business and Economic Statistics Section, 82–87, 1992.

## SERVICE TO THE SCIENTIFIC COMMUNITY

2010-- – Founding member and organizer of LESE, Lisbon Economics and Statistics of Education, a biennial international gathering of economists and statisticians dedicated to scientific education research.

2016–2021 – Director, International Institute of Forecasters.

2011 – Guest editor, *International Journal of Forecasting*.

2000 – General Chair for the 20th International Symposium on Forecasting, ISF2000 International Institute of Forecasters.

2000 – Guest editor, *International Journal of Forecasting*.

1999–2001 – Member of the board of International Forum of Portuguese Researchers (FIIP).

1997–2000 – Organizer of Arrábida Summer Time Series Workshops, jointly promoted by the NJIT Center for Applied Mathematics and Statistics and the ISEG Center for Applied Mathematics and Economics.

1994 – Guest editor, *Managerial Finance*.

## SERVICE TO PUBLIC EDUCATION AND THE COMMUNITY

2021-- – Member of RCQE–UNESCO Advising Committee.

2020-- – External consultant for the World Bank and for BAIN

2019-- – Board Member of Fundação Francisco Manuel dos Santos, a charity dedicated to promote knowledge of the Portuguese society

2019-- – President of Iniciativa Educação, a charity dedicated to promoting students education

2019 – Crato, N. “Everything starts with the curriculum” *ResearchED* 3. <https://researched.org.uk/2019/02/27/everything-starts-with-the-curriculum/>

2018 – · Adviser of the Education and Human Resources Council of the United Arab Emirates government

2011–2015 – Portuguese Minister of Education and Science.

During this tenure, compulsory schooling was extended from nine to twelve years, English was made mandatory for seven consecutive school years, the dropout rate was reduced from c. 25% to 13.7%, retention rates improved, and Portuguese students achieved the best results ever in international surveys. In fourth grade Mathematics in TIMSS, Portuguese students scored higher than those from traditionally better ranked countries, such as Finland. And in PISA, 15-year-old students scored over the OECD average for the first time.

Among explanations for these successes, international observers have highlighted the introduction after 2012 of better organized more demanding standards, more rigorous systematic external student evaluations, incentives for schools based on students' improvements and results, and a wider school autonomy.

2011 – Crato, N. (editor), *Ensino da Matemática: Questões e Soluções*, [Teaching Mathematics: Issues and Solutions], Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian.

2009–2011 – Director of the Education Program at Fundação Francisco Manuel dos Santos.

2006 – Crato, N. (coordinator), *Rómulo de Carvalho: Ser Professor* [Rómulo de Carvalho: On Being a Teacher], Lisboa, Gradiva.

2006 – Crato, N. (editor), *Desastre no Ensino da Matemática: Como Recuperar o Tempo Perdido* [Failures in Math Teaching: How to Recover Lost Time] Lisboa, SPM/Gradiva.

2006 – Crato, N. *O 'Eduquês' em Discurso Directo: Uma Crítica da Pedagogia Romântica e Construtivista* [The 'Educationalism' in Direct Discourse: A Critique of Romantic and Constructivist Pedagogy], Lisboa, Gradiva.

1997–2000 – Advisor of the Portuguese Students Club at NJIT.

1996–2000 – New Jersey Performing Arts Center advisor.

## TEACHING EXPERIENCE

2010– – Professor, Department of Mathematics, Instituto Superior de Economia e Gestão, Lisbon School of Economics & Management (ISEG), Lisbon.

2001–2010 – Associate Professor, Depart. of Mathematics, ISEG.

1997–2000 – Assistant Professor at the Department of Mathematical Sciences of the New Jersey Institute of Technology.

1992–1996 – Assistant Professor at the Department of Mathematical Sciences of the Stevens Institute of Technology.

1992–2010 – Guest lecturer for various short courses and for Summer courses in Statistics and Applied Time Series Analysis at Wellington Victoria University, New Zealand, Minas Gerais and Rio de Janeiro, Brazil, Universidad de Concepción, Chile.

1987–1988 – Instructor (Assistente), ISEG, UTL, Lisbon.

1985–1987 – Guest instructor (Assistente convidado), University of Azores.

1986–1987 – Guest lecturer, Ponta Delgada Nursing School.

1982–1985 and 1987–1988 – Guest instructor (Assistente convidado), ISEG, UTL, Lisbon.

1980–1982 – Teacher at the Dona Leonor High School, Lisbon.

## SCIENTIFIC POPULARIZATION

2019 – Crato, N. and Tirapicos, L., *O Eclipse de Einstein – Einstein's Eclipse: From Lisbon and London to Sobral and the Island of Principe*, CTT 2019.

2010 – Crato, N., *Figuring It Out: Entertaining Encounters with Everyday Math*, London, New York, Springer.

2011 – Crato, N., *Passeggiata aleatoria – La scienza giorno per giorno: la tua dose quotidiana*, [Random Walk], Milano, Tropea.

2007 – *Passeio Aleatório*, [Random Walk], Lisboa, Gradiva.

2007 – Crato, N., Correia de Oliveira, F. e Metello de Nápoles, S. *Relógios de Sol [Sundials]*, Lisboa, Edições CTT.

2006 – Crato, N., Santos, Carlos e Tirapicos, Luís. *A Espiral Dourada: Coelhos de Fibonacci, Pentagramas, Cifras e outros Mistérios Matemáticos d'O Código Da Vinci* [*The Golden Spiral: Fibonacci Rabbits, Pentagrams, Cyphers, and other Mathematical Mysteries of 'Da Vinci Code'*], Lisboa, Gradiva.

2006-2009 – Resident scientist for the radio program *3 minutos de Ciência* [*Three minutes of science*], Rádio Europa, Lisbon.

2005 – Providência, C., Crato, N., Paiva, M. & Fiolhais, C. *Ciência a Brincar 4: Descubre o Céu* [*Science Fun: Discover the Sky*], Lisboa, Bizâncio/Sociedade Portuguesa de Física.

2004–2008 – Resident scientist, TV program *4 × Science*, RTPN.

2004 – Crato, N., Reis, F. E Tirapicos, L. *Trânsitos de Vénus: À Procura da Escala Exacta do Sistema Solar* [*Venus Transits: The Search for the Solar System Exact Scale*], Lisboa, Gradiva.

1996–2011 – Science columnist for the newspaper *Expresso*.

2001 – *Zodíaco: Constelações e Mitos*, Gradiva, Lisbon.

1999– *Eclipses!*, Gradiva, Lisbon.

## LANGUAGES

Portuguese (native), French and English (fluent), Spanish and Italian (intermediate user).





Lisbon School  
of Economics  
& Management  
Universidade de Lisboa



**CEMAPRE**

Centro de Matemática Aplicada à Previsão e Decisão Económica